Bevezetés a lágy számítás módszereibe

Döntések fuzzy környezetben
Közelítő következtetések
Genetikus algoritmusok és fuzzy logika összekapcsolása

Döntési szituáció

Operációkutatásban a döntéhozatal alapproblémájának formalizálása:

1. Adott a lehetséges alternatíváknak egy jól definiált A halmaza.
2. Az A halmazon definiálunk egy célkritériumot, amely minden alternatívánál pontosan visszatükrözi a döntéshozó rangsorolását.
3. A célkritériumot megadó $g : A \rightarrow R$ valós értékű fügvény esetén olyan $a^* \in A$alternatívát kell találni, amelyre $g(a^*) \geq g(a) \;\; \forall a \in A$-ra. Az a^* az optimális döntést adja.

Gyakorlatban: több cél, több kritérium alapján kell dönteni.

Több cél, több kritérium

- egyidőben nem lehet minden kritérium szerint optimális megoldást adni $\Rightarrow$ kompromisszumos megoldás
- ha egy alternatíva néhány kritériumnál jobb a többi alternatívánál, rendszerint a további kritériumok szerint már rosszabb $\Rightarrow$ több alternatívapár nem hasonlítható össze a végső rendezést adó reláció alkalmazásával

$$\Downarrow$$

többkritériumos döntéshozatalnál **több g függvény** alapján kell az alternatívákat kiértékelni
Modellek: MCDM = multiple criteria decision making

Több kritériumos döntéstámogatás Az MCDM modellek fuzzy környezetben is alkalmazhatók

Lépések:

1. a probléma definiálása, struktúrája
2. a kritériumok megválasztása
3. az alternatívák és kritériumok kapcsolatának megadása: mátrix forma (p_{ij}: az i-edik alternatíva értékelését adja a j-edik kritérium szempontjából)
   - folytonos,
   - diszkrét adatokat felhasználó
   - iteratív
4. aggregációs eljárás választás és rendezés

Yager „max-min” módszere

- Legyen $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ az **alternatívák** egy véges sorozata.
- Legyen $K = \{k_1, \ldots, k_m\}$ a **fuzzy-kritériumok**nak egy véges halmaza.
- Minden k_j kritériumhoz $(j = 1, \ldots, m)$ a $\mu_{k_j}(a_i)$ **tartalmazási függvény** megadja, hogy milyen jó az a_i alternatíva a k_j cél szempontjából.
- Legyenek $g_1, \ldots, g_m$ a **kritériumok valós súlyszámai**, és a súlyszámok összege legyen m.
- Képezzük $\forall\ k_j$ kritériumnál a következő exponenciálisan súlyozott $\sim \mu_{k_j}(x)$ tartalmazási függvényt $\sim \mu_{k_j}(a) = [\mu_{k_j}(a)]^{g_j} \quad \forall a \in A$-ra

Yager „max-min” módszere

- Aggregációs műveletként a minimum műveletet választva $\forall a \in A$ alternatívánál határozzuk meg az alternatíva $\mu_D(a)$ hozzátartozási fokát a D fuzzy döntéshez:
  $\mu_D(a) = min \sim \mu_{k_j}(a) \quad j = 1, \ldots, m$
- Az $a^* \in A$ optimális megoldásnak azon alternatívát kell választanunk, melynél $\mu_D(a)$ a legnagyobb:
  $\mu_D(a^*) = max(\mu_D(a)) \;\; \forall a \in A$

Yager „max-min” módszere – számolási példa

alternatívák : a_1, a_2, a_3

kritériumok : k_1, k_2, k_3, k_4

Az alternatívák értékelését az egyes kritériumok szerint a következő táblázat tartalmazza:

	k_1	k_2	k_3	k_4
a_1	0,7	0,3	0,2	0,5
a_2	0,5	0,8	0,3	0,1
a_3	0,4	0,6	0,8	0,2

fuzzy érték

A súlyok összege 4, mivel 4 kritérium van.

A kritériumok súlyai: $g_1 = 2{,}32$ $g_2 = 1{,}2$ $g_3 = 0{,}32$ $g_4 = 0{,}16$
(amelyeket pl. a kritériumok páronkénti összehasonlítása alapján állapítottunk meg)

Számítások: aggregációs művelet $\quad \mu_{k_{11}}(a_1)^{g_1}$

$$\mu_D(a_1) = \min_{j=1,2,3,4} \sim\mu_{k_j}(a_1) = \min\{\underset{\Uparrow\; 0{,}7^{2{,}32}}{0{,}44}; 0{,}24; 0{,}6; 0{,}9\} = 0{,}24$$

$$\mu_D(a_2) = \min \sim\mu_{k_j}(a_2) = \min\{0{,}2; 0{,}76; 0{,}68; 0{,}69\} = 0{,}2$$

$$\mu_D(a_3) = \min \sim\mu_{k_j}(a_3) = \min\{0{,}12; 0{,}54; 0{,}93; 0{,}72\} = 0{,}12$$

Az optimális megoldás:

$$\mu_D(a)_{a\in A} = \max\{\mu_D(a_1), \mu_D(a_2), \mu_D(a_3)\} =$$

$$= \max\{0{,}24; 0{,}2; 0{,}12\} = 0{,}24 \Rightarrow \mu_D(a_1)$$

Tehát az $\boxed{a_1}$ alternatíva adja az optimális megoldást.

Közelítő következtetések

Esettanulmány: Vállalati hitelképesség vizsgálata

A vállalat hitelképességét több olyan szempont, kritérium alapján határozza meg a bank, melyek fuzzy halmazokkal jellemezhetők és az eredményt a fuzzy logika módszereivel határozza meg.

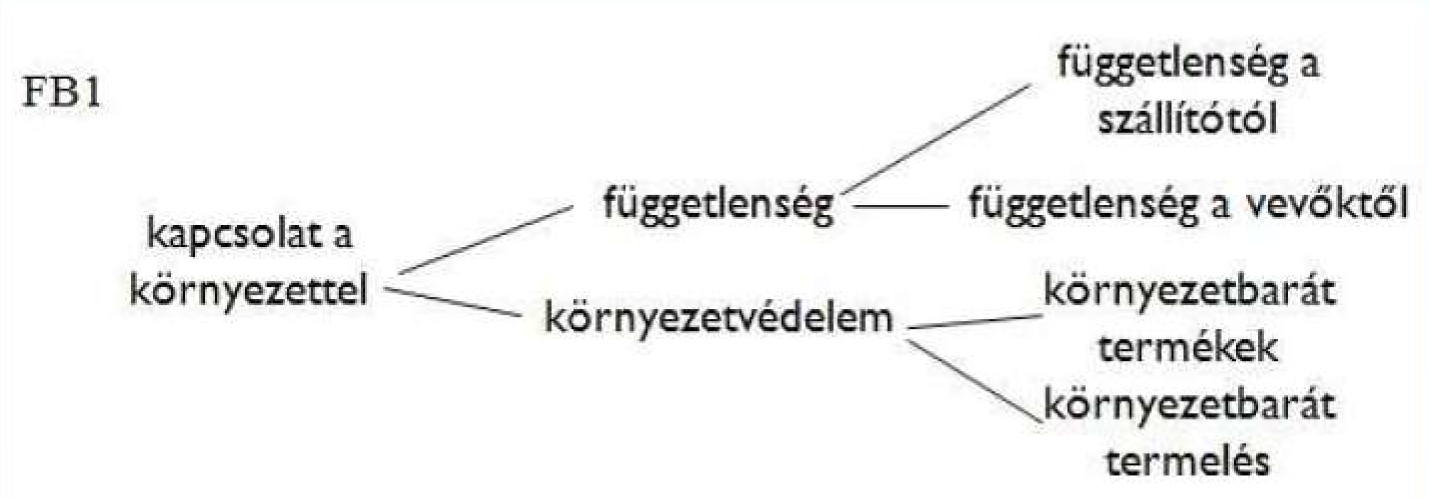
1. megközelítés:

- 28 kritérium - hitelképesség
- kritériumok hierarchikus struktúrába rendezése - 50 kérelmező adatai alapján
- 14 fuzzy-logika-művelet kombinálásával összesítették a kritériumok értékeit egy közös, a hitelképességet kifejező értékbe
- vizsgálatok $\Rightarrow$ a feladat nagyon összetett, az eredmény a műveletek választása mellett függ a kritériumok súlyozásától és a kritériumérték definiálásától

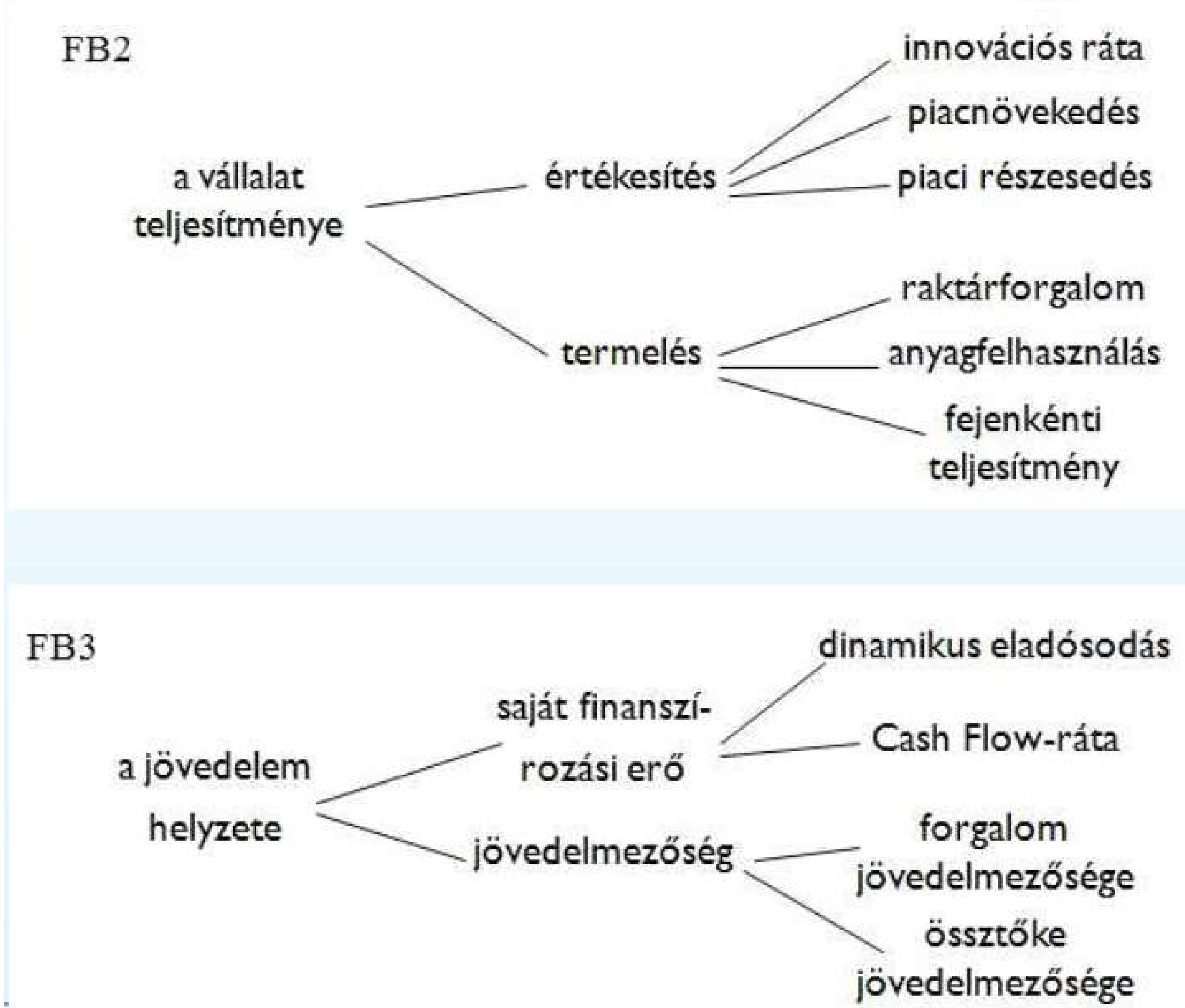
Vállalati hitelképesség vizsgálata

2. megközelítés:

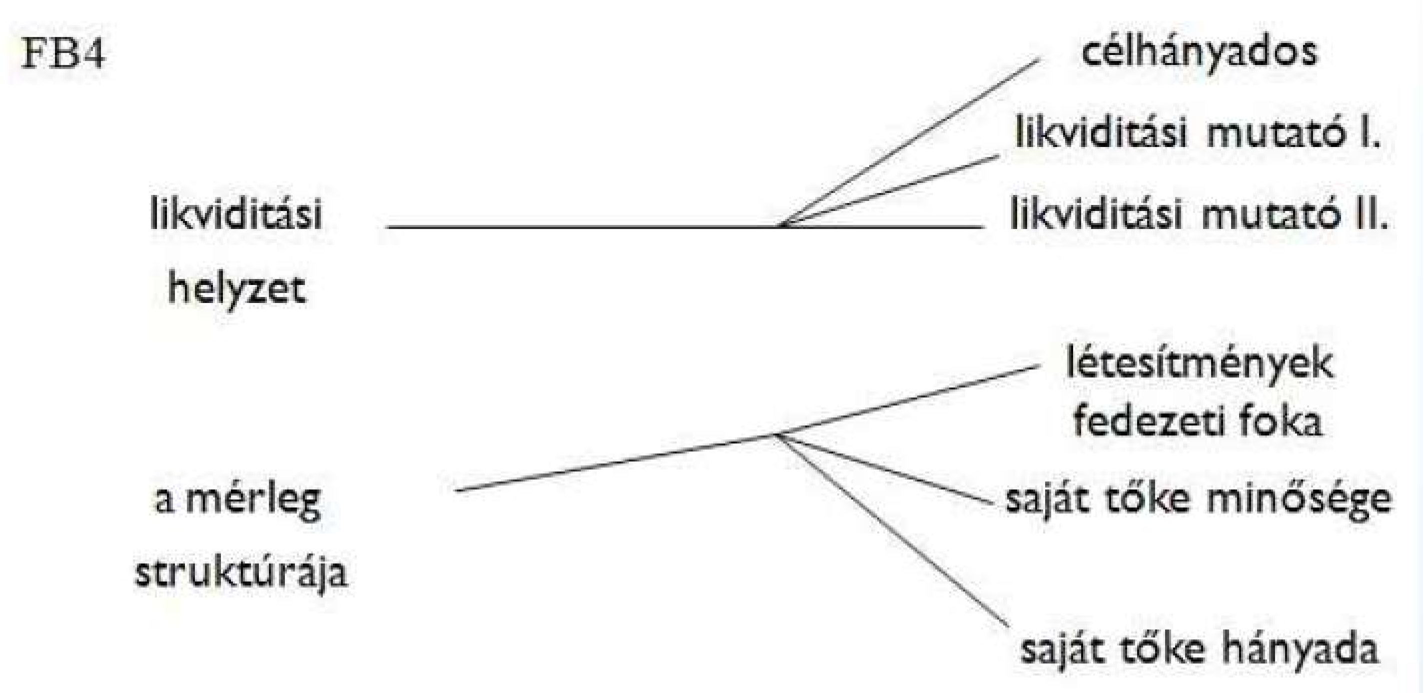
- szabályok felírása ⇒ fuzzy szakértői rendszer a hitelképesség fokának meghatározására
- 31 kritérium
- kritériumok közti hierarchia meghatározása
- a 3 szintű kritériumstruktúra elemei közt a kapcsolatot szabályokkal írták le



Összefüggések 2, 3



Összefüggések 4



Cash Flow ráta, dinamikus eladósodás foka

A Cash Flow rátát osztályzatokkal és nyelvi változókkal a következőképp definiálták:

CF-ráta	Osztályzat	Nyelvi változó
0%-2%	6	rossz
2%-4%	5	(erős rizikó)
4%-6%	4	közepes
6%-8%	3	(közepes rizikó)
8%-10%	2	jó
>10%	1	(csekély rizikó)

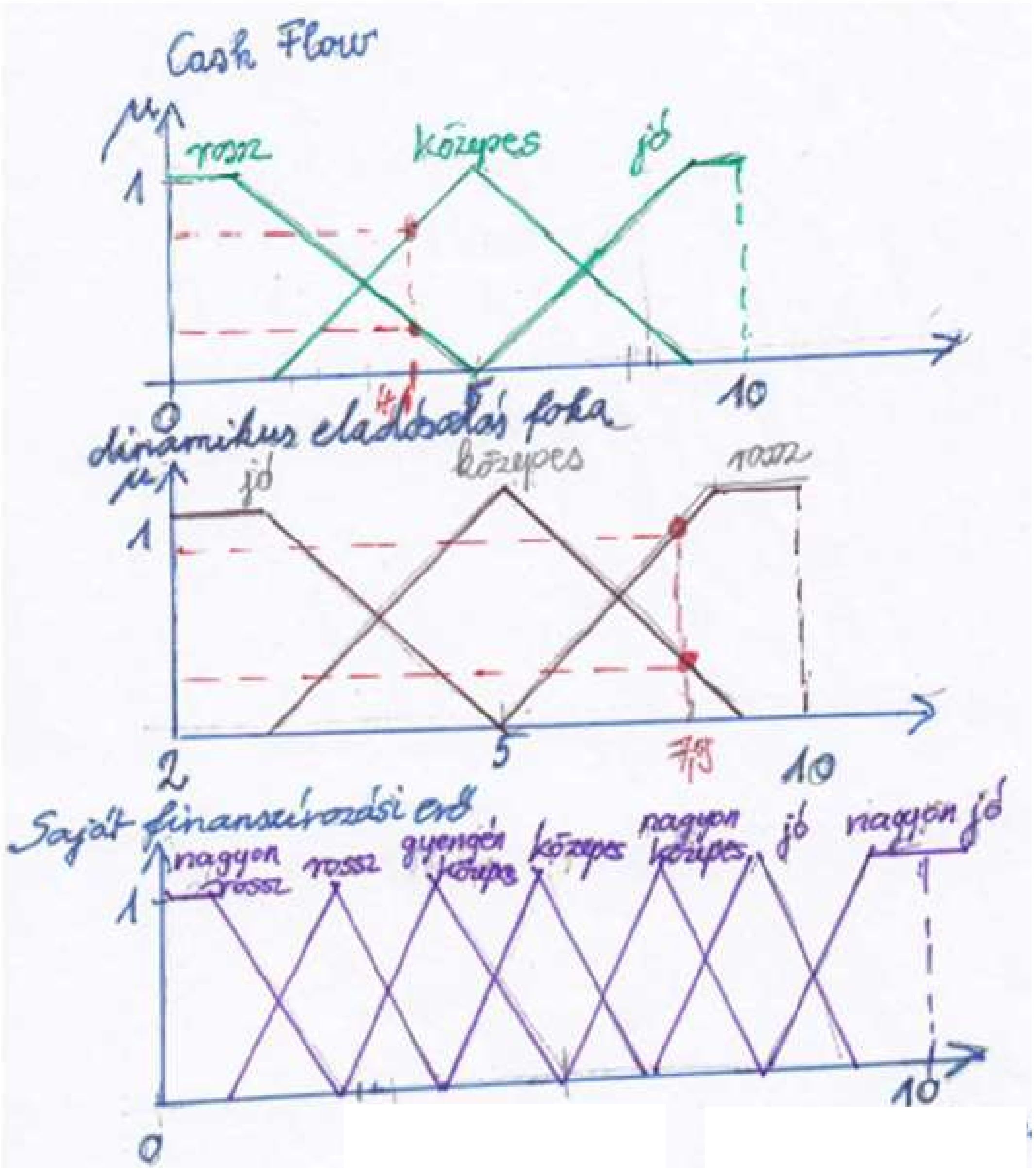
A dinamikus eladósodás fokát (DEF) hasonlóan definiálták:

DEF (évek)	Osztályzat	Nyelvi változó
>10	6	rossz
8-10	5	
6-8	4	közepes
4-6	3	
2-4	2	jó
2>	1	

Szabályok

Szabály	CF-ráta	DEF	Saját finanszírozási erő
1	Rossz	Rossz	(nagyon) rossz
2	Rossz	Közepes	rossz
3	Rossz	Jó	(gyengén) közepes
4	Közepes	Rossz	rossz
5	Közepes	Közepes	közepes
6	Közepes	Jó	(nagyon) közepes
7	Jó	Rossz	(gyengén) közepes
8	Jó	Közepes	jó
9	Jó	Jó	(nagyon) jó

Fuzzy halmazok használata



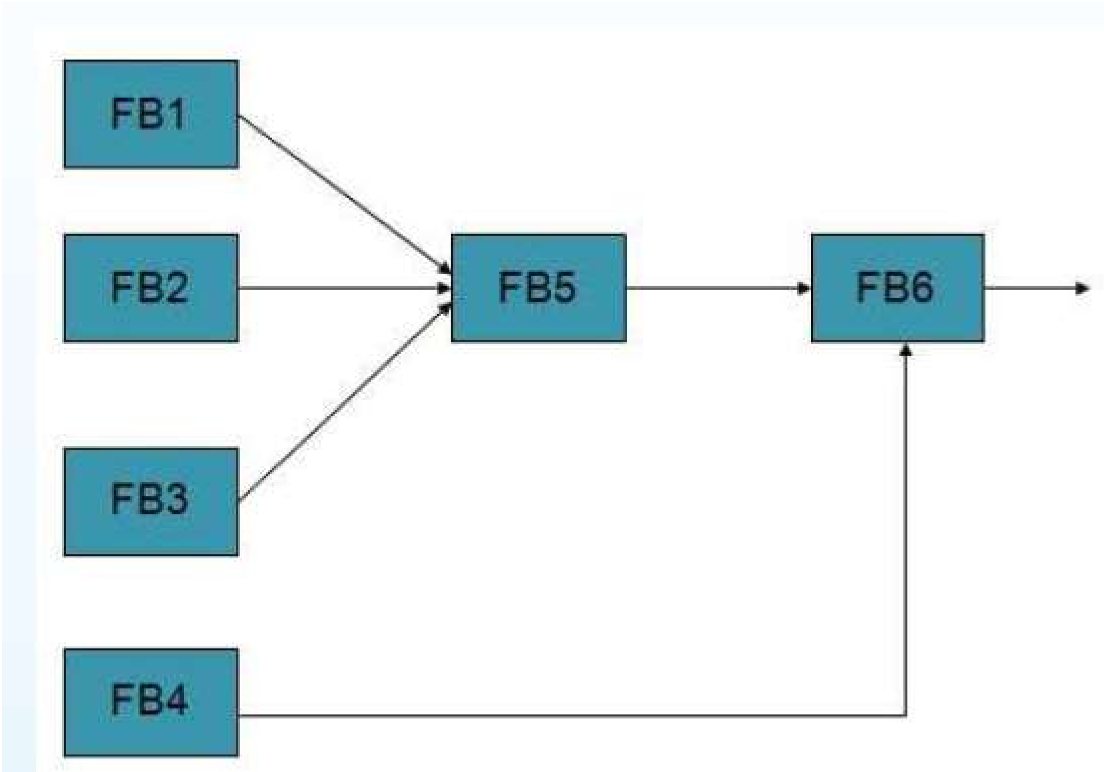
Vállalati hitelképesség vizsgálata

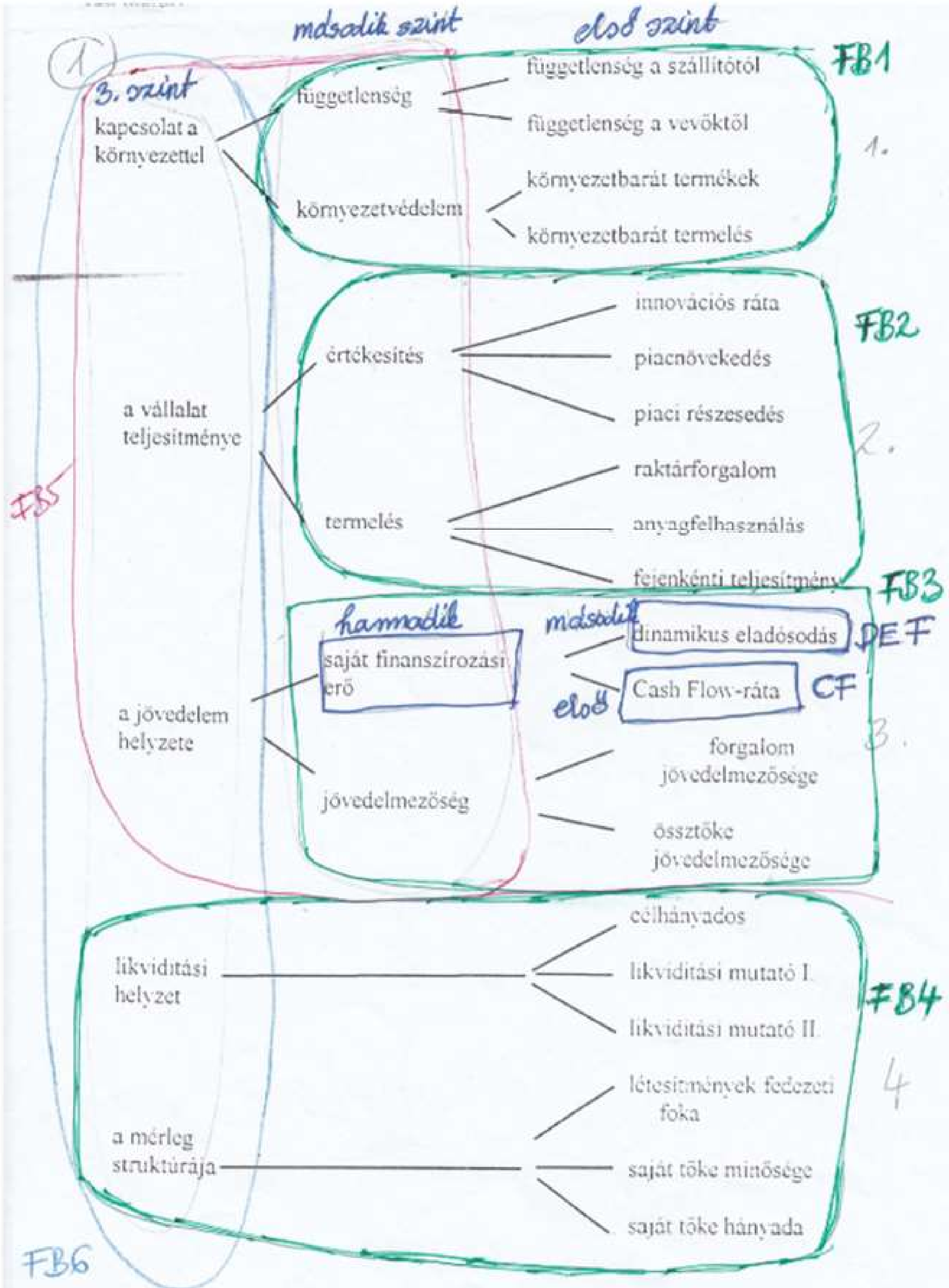
A működés lényege: Ha az első szinten nemcsak a CF-ráta és a DEF, hanem a többi kritérium értéke is rendelkezésre áll, akkor a rendszer párhuzamosan vizsgálva minden kritériumot, **adatvezérelt következtetés**sel végrehajtva a szabályokat, folyamatosan aggregálja a nyelvi változók értékeit, végül egy közös értékbe.

Mivel 31 kritériummal kell dolgozni és ezek adott **hierarchia** szerint kapcsolódnak egymáshoz, blokkokba csoportosítva célszerű a fuzzy kritériumokat feldolgozni.

Egy lehetséges csoportosítása a kritériumoknak legyen pl. az $FB1, FB2, \ldots, FB6$.

Vállalati hitelképesség vizsgálata




második szint
első szint
FB1
1
3. szint
kapcsolat a környezettel
függetlenség
függetlenség a szállítótól
függetlenség a vevőktől
környezetvédelem
környezetbarát termékek
környezetbarát termelés
1.
FB2
a vállalat teljesítménye
értékesítés
innovációs ráta
piacnövekedés
piaci részesedés
termelés
raktárforgalom
anyagfelhasználás
fejenkénti teljesítmény
2.
FB5
FB3
harmadik
második
első
a jövedelem helyzete
saját finanszírozási erő
dinamikus eladósodás
DEF
Cash Flow-ráta
CF
jövedelmezőség
forgalom jövedelmezősége
össztőke jövedelmezősége
3.
FB4
likviditási helyzet
célhányados
likviditási mutató I.
likviditási mutató II.
a mérleg struktúrája
létesítmények fedezeti foka
saját tőke minősége
saját tőke hányada
4
FB6

Vállalati hitelképesség vizsgálata

FB1 input: függetlenség a szállítótól, függetlenség a vevőktől, környezetbarát termékek, környezetbarát termelés.

output: függetlenség, környezetvédelem.

FB2 input: innovációs ráta, piac növekedése, piaci részesedés, raktárforgalom, anyagfelhasználás, fejenkénti teljesítmény.

output: értékesítés, termelés.

FB3 input: dinamikus eladósodás foka, Cash Flow-ráta, forgalom jövedelmezősége, össztőke jövedelmezősége.

output: saját finanszírozási erő, jövedelmezőség.

FB4 input: célhányados, likviditási mutató I., likviditási mutató II., létesítmények fedezeti foka, saját tőke minősége, saját tőke hányada

output: likviditási helyzet, a mérleg struktúrája.

FB5 input: függetlenség, környezetvédelem, értékesítés, termelés, saját finanszírozási erő, jövedelmezőség.

output: kapcsolat a környezettel, a vállalat teljesítménye, a jövedelem helyzete.

FB6 input: kapcsolat a környezettel, a vállalat teljesítménye, a jövedelem helyzete, likviditási helyzet, a mérleg struktúrája.

output: hitelképesség foka.

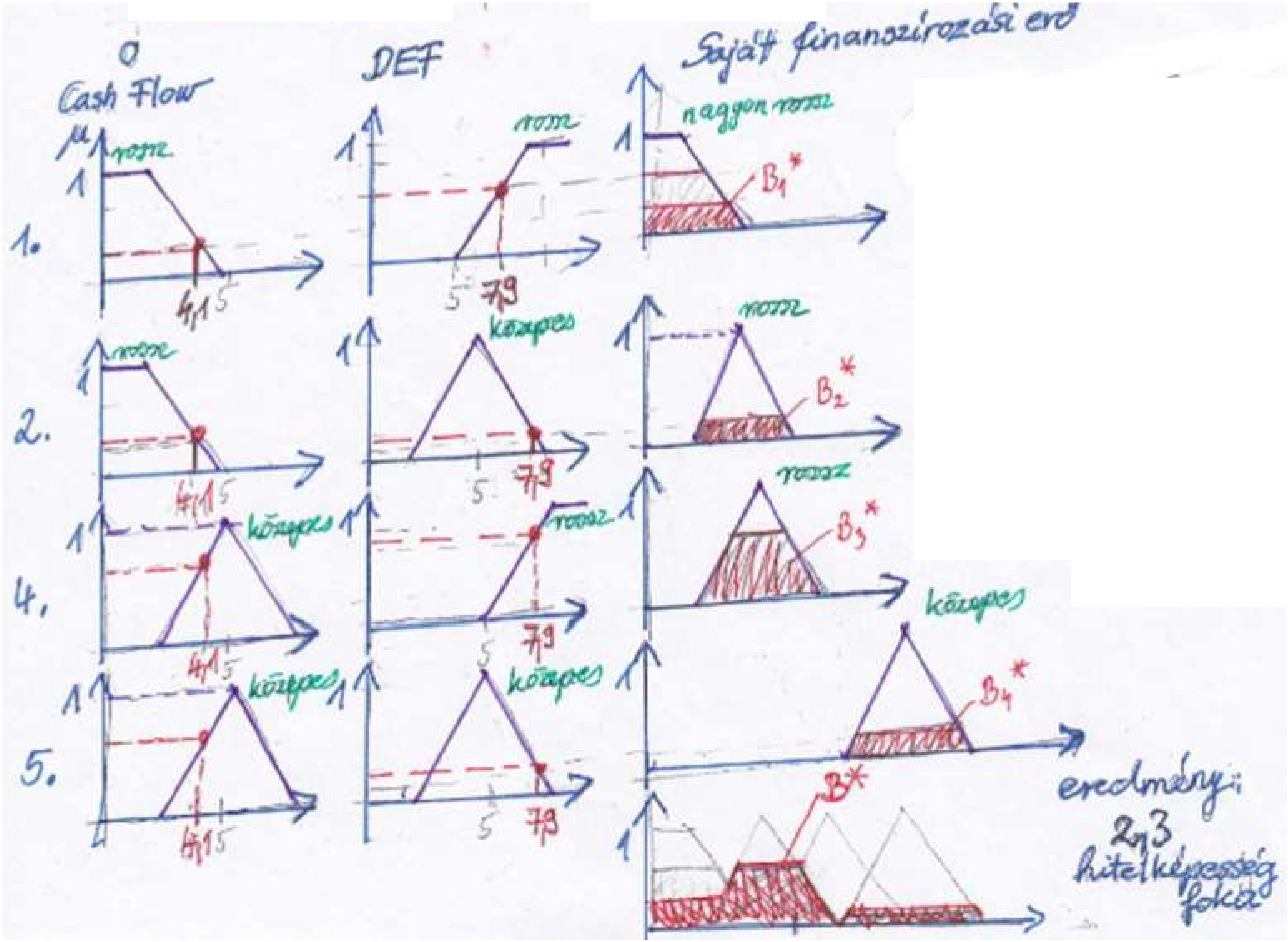
Vállalati hitelképesség vizsgálata

Nézzük a szabályok működését pl. az A vállalat esetén:

Vállalat	CF-ráta	DEF
A	4.1%	7.9 év
B	7.9%	4.1 év
C	3.9%	4.1 év

A 4.1%-os érték a CF-ráta rossz és közepes nyelvi változóit különböző mértékben aktivizálja.
A 7.9 év a DEF közepes és rossz nyelvi változóit aktivizálja.
E változók az 1., 2., 4. és 5. szabályt egyszerre aktivizálják és a közös, aggregált eredményt a saját finanszírozási erő nagyon rossz, rossz és közepes nyelvi változók különbözőképp aktivizált halmazainak együttese lesz.
Az aktivizálás mértékét a nyelvi változók tartalmazási függvényei befolyásolják. Pl. a DEF közepes nyelvi változója a 7.9 értéknél a 0.43 tartalmazási függvény értéket veszi fel.
Így a szabály konklúziójában található nyelvi változó görbéjét minden ponton 0.43-mal szorozza.

Az eredmény-defuzzifikálás egyetlen értéket jelöl ki végeredménynek.



Cash Flow
DEF
Saját finanszírozási erő
rossz
nagyon rossz
közepes
B_1^*
B_2^*
B_3^*
B_4^*
B^*
1.
2.
4.
5.
4,1
5
7,9
eredmény:
2,3
hitelképesség foka

Vállalati hitelképesség vizsgálata

Eredmények:
Az eredmények fuzzy halmazai jól szemléltetik, hogy a három vállalat saját finanszírozási ereje **különbözőképpen aktivizált halmazokból számolható** és **defuzzifikálással összehasonlítható** eredményeket kapunk:

Vállalat	Eredmény	Eredmény nyelvi változókkal
A	2.3	rossz-közepes
B	4.8	közepes-jó
C	3.4	közepes

Az eredmény csak egy részeredmény a teljes rendszerben. Hasonló módon minden blokkot felírva, ill. előtte minden kritériumot definiálva, a rendszer a kiszámolt értékeket rendre továbbítja a következő blokk felé, és az utolsó, FB6 blokk pedig a végeredményt, a **hitelképesség fokát szolgáltatja**.

Fuzzy genetikus algoritmusok

A genetikus algoritmusok fuzzifikálása révén lehetőség nyílik arra, hogy bizonytalanságot vigyünk a rendszerbe, megjelenítsük az adatokban rejlő hiányt, pontatlanságot, hibát.

Két lehetőség a genetikus algoritmusok fuzzifikálására:

- A kromoszómák génelemeit és az ehhez kapcsolódó kódolást fuzzifikáljuk;
- A kromoszómákon végzett műveleteket fuzzifikáljuk.

A két módszert együttesen is lehet alkalmazni.

Kódolás fuzzifikálása

Klasszikus genetikus algoritmusok esetén leginkább bináris kódolást használunk.

Ekkor a gének elemei a {0,1} halmaz elemi közül kerülnek ki.

Ekkor a fuzzifikálás azt jelenti, hogy a gének halmazát kiterjesztjük a teljes [0,1] intervallumra.

Pl.: $y=x^2-5x$ függvény minimumát keressük a [0,15] intervallumban

$y=x^2-5x$

Klasszikus genetikus algoritmus alkalmazása esetén az intervallumot annak egész pontjaival közelítjük {0,1,2,…15}

Ezeket a számokat kódoljuk mint bináris számokat négy gént tartalmazó kromoszómákban.

Fitneszfüggvénynek maga a függvény is tekinthető.

Az algoritmus nagy valószínűséggel néhány lépésen belül meg fogja találni a minimumhelyet legjobban közelítő 2 vagy 3 értéket.

A fuzzifikált génértékek nemcsak egész értékeket vehetnek fel, hanem racionális tört számokat is képesek leszünk kódolni.

Pl. <0.1, 1, 0.5, 0.6> kromoszóma a

$0.1*2^3+1*2^2+0.5*2^1+0.6*2^0=6.4$-et reprezentálja

A pontos minimumhely (2.5) megtalálható.

A kromoszómákat 4 génből építjük fel:

Egész	Bináris kód
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

Genetikus műveletek fuzzifikálása

Pl. fuzzifikált keresztezés

Legyen $\boldsymbol{x}=<x_1,\ldots,x_n>$ *és* $\boldsymbol{y}=<y_1,\ldots,y_n>$ két n hosszúságú kromoszóma.

Egyszerű keresztezés esetén a keresztezés helyét egy olyan $\boldsymbol{t}=<t_1,\ldots,t_n>$ rendezett szám ***n***-essel jelölhetjük, ahol $\boldsymbol{t_k}$ a $\boldsymbol{\{0,1\}}$ halmaz eleme és

minden t_k, $k>=i$-re $t_k=1$,

minden t_k, $k<i$-re $t_k=0$,

ha a keresztezés helye az i-edik és (i+1)-edik pozíció közötti vágással történik.

Ezzel a létrehozott új egyedek:

$$x' = (x \wedge t) \vee (y \wedge \bar{t})$$

$$y' = (x \wedge \bar{t}) \vee (y \wedge t)$$

ahol $\wedge$ és $\vee$ a min és max operációt jelenti, a $\bar{t}$ a $\boldsymbol{t}$ inverze

Itt észrevehető, hogy a ***t*** hirtelen átmenetet definiál az ***i*** keresztezési pontnál, ez jellemző általában a hagyományos keresztezés műveletre.

A hirtelen átmenet helyett azonban a vágás helyét közelítő jelleggel, fuzzy módon is megadhatjuk.

Ehhez ***t*** helyett ***f***-et használjuk, amely egy olyan fuzzy halmazt ír le, amely a vágás helyét fuzzy számként adja meg.

f_k a [0,1] intervallum eleme, $f_1=1$, $f_n=0$, minden $i<j$-re $f_i>=f_j$

A létrehozott új egyedek:

$$x' = (x \wedge f) \vee (y \wedge \bar{f}) = (\max[\min(x_i,f_i),\min(y_i, \bar{f}_i)] \mid 0 \le i \le n)$$

$$y' = (x \wedge \bar{f}) \vee (y \wedge f) = (\max[\min(x_i, \bar{f}_i),\min(y_i, f_i)] \mid 0 \le i \le n)$$

Az f = <1, 1, 0.8, 0.5, 0.2, 0> számhatos pl. azt írja le, hogy a vágás 0.8 tagsági függvény értékkel a harmadik; 0.5 tagsági függvény értékkel a negyedik és 0.2 tagsági függvény értékkel az ötödik pozíció után történik.

A fuzzy genetikus algoritmusok használata azt bizonyítja, hogy ezek a módszerek hatékonyak, robosztusak és sokszor eredményesebben alkalmazhatóak, mint a hagyományos genetikus algoritmusok.