

# Mérési adatok feldolgozása

---

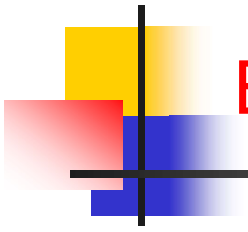
Gerzson Miklós

Pannon Egyetem, Villamosmérnöki és Információs  
Rendszerek Tanszék

2019/2020 II. félév

- A mérési adatok különböző formában, általában ömlesztve jelennek meg
- Ezeket az adatokat különböző szempontok szerint rendezni kiértékelni kell az elemzés érdekében
- Cél azon statisztikai alapműveletek bemutatása, melyek segítségével az adatok rendezése, elsődleges feldolgozása elvégezhető

- A mérési adatok elsődleges megjelenési formája: rendezetlen számhalmaz
  - a regisztrálóról kapott – idő szerint részben rendezett eredmények sokasága
  - különböző megfigyeléseknek még idő szerint sem rendezett halmaza
  - „lajstrom”
  - egyedi elemei – az egyes adatok – jele  $x_i$

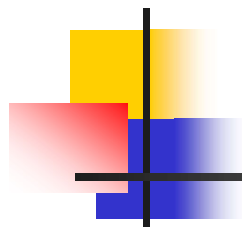


# Elemi műveletek

---

- *Számlálás* – legegyszerűbb művelet
  - megfigyelések száma  $n$
  - $x_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , az  $i$  index az adatsorszámára utal
- *Rangsorba rendezés*
  - növekvő vagy csökkenő érték szerinti rendezés
    - általában növekvő
  - rangsorba rendezett értékek szokásos jelölése:  $x_{(i)}$ 
    - legkisebb elem  $x_{\min} = x_{(1)}$
    - legnagyobb elem  $x_{\max} = x_{(n)}$
    - pl. ötödik legnagyobb elem  $x_{(n-4)}$

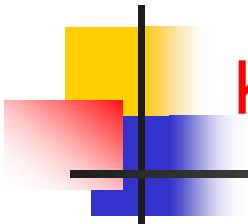
- miután lajstrom általában nem rendezett, így  $x_i \neq x_{(i)}$
- a rangsorolás egyben *rangsorszám* hozzárendelését is jelenti
  - rangszám: pozitív egész szám, mely megadja a rangsorba rendezett adat sorszámát:
$$R_i = k, \text{ ha } x_i = x_{(k)}$$
- egyforma nagyságú adatok esetén
  - átlagrang – törtérték is lehet rang
  - kapcsolt rang – kimaradó rangszámok



# Elemi műveletek

---

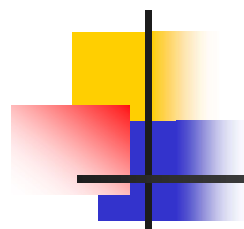
- **Összegzés** (szummázás)
  - adatok értékeinek összeadása



# Középértékek alkalmazása

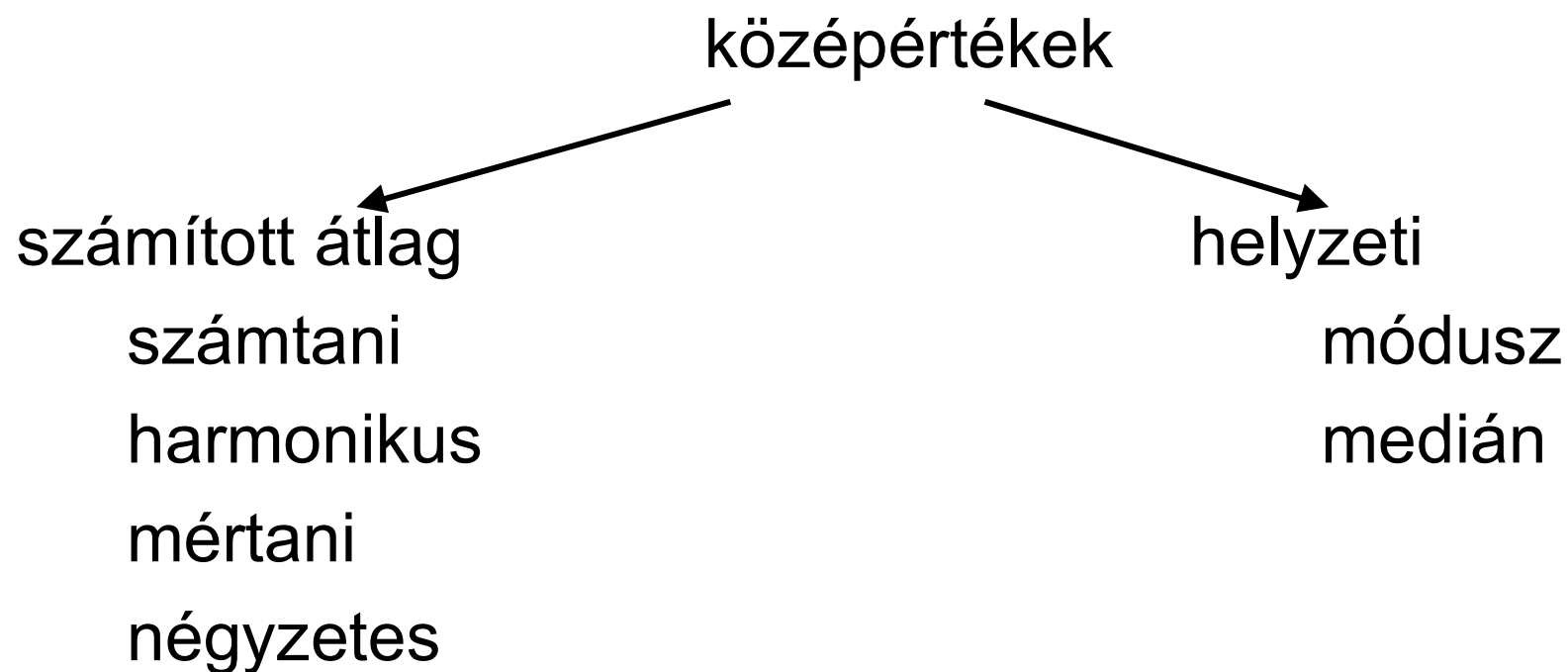
---

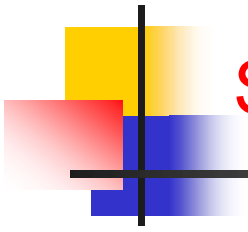
- *Középértékek meghatározása*
  - cél azonos fajta adatok helyettesítése egy jellemző számértékkel
  - követelmények:
    - közepes helyet foglaljanak el
    - számszerű adatok halmazának legyenek tipikus értékei
    - könnyű matematikai meghatározhatóság
    - értelmezhetőség
    - robusztusság – érzéketlenség kiugró adatokra



# Középértékek alkalmazása

---





# Számtani középérték

---

- Definíció:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- A *számtani átlag* az a szám, amelyet az átlagolandó értékek helyébe téve azok összege azonos marad.

- tulajdonságai

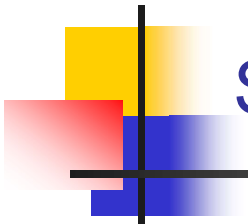
- közepes értéket vesz fel:  $x_{min} \leq \bar{x} \leq x_{max}$

- egyedi értékekre:  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$

- négyzetes minimum:  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \rightarrow \min$

- lineáris transzformálhatóság:

$$\tilde{x}_i = a + bx_i \quad \bar{\tilde{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i = a + b\bar{x}$$



# Számtani középérték

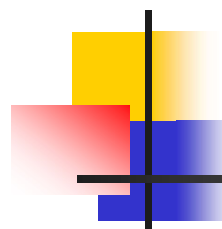
---

- súlyozott átlag

$$\bar{x} = w'_1 x_1 + w'_2 x_2 + \cdots + w'_n x_n = \sum_{i=1}^n w'_i x_i$$

ahol a  $w_i$  súlyok tetszőleges számértékek, és

$$w'_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$



# Számtani középérték

---

- rekurzív átlag (futó átlag)

$$\bar{x}_r(0) = 0$$

$$\bar{x}_r(k) = \bar{x}_r(k-1) + \frac{1}{k} [x_k - \bar{x}_r(k-1)] = \frac{k-1}{k} \bar{x}_r(k-1) + \frac{1}{k} x_k$$

$$k = 1, 2, \dots$$

- ahol  $\bar{x}_r(k)$   $k$  számú adat alapján vett átlag
- $x_k$  az  $k$ -adik mérési adat

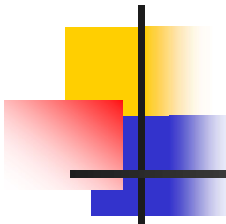
- rekurzív átlag előnyei
  - on line alkalmazás – minden megfigyelés után eredmény
  - az átlag korrekciója adatok módosítása esetén:

- beszúrás  $\bar{x}_{korr} = \frac{1}{n+1} (n\bar{x} + x_{n+1}) = \frac{n}{n+1} \bar{x} + \frac{1}{n+1} x_{n+1}$

- törlés  $\bar{x}_{korr} = \frac{n}{n-1} \bar{x} - \frac{1}{n-1} x_i$

- csere  $\bar{x}_{korr} = \bar{x} - \frac{1}{n} (x_{el} - x_{be})$

- Mozgó átlag
  - az ideális és a rekurzív átlagban az egyes tagok egyforma súllyal szerepelnek
  - a súlyozott átlagban a súlyok nem azonosak, de egy adott átlagolás során állandóak
  - ha az adatok időben lassan változnak, akkor az átlagolásban nem célszerű minden tagot egyforma súllyal szerepeltetni; célszerű a régebbi tagokat egyre kevésbé figyelembe venni



## Számtani középérték

- két megoldás
  - a régi értékek elhagyása, az átlagképzést csak az utolsó meghatározott számú mérésre hajtjuk végre
    - „*ablakos átlagolás*”

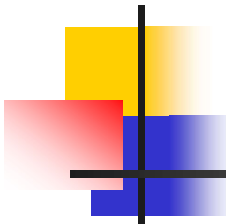
$$\bar{x}_m(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=k-N+1}^k x_i$$

- ahol  $N$  az „ablak”-szélesség

vagy

$$\bar{x}_m(k) = \sum_{i=-\infty}^k x_i w(k-i)$$

$$\text{ahol } w(i) = \begin{cases} 1/N & \text{ha } 0 \leq i < N \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$



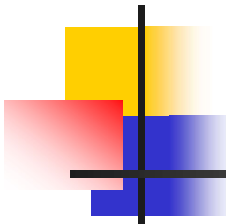
## Számtani középérték

- a régi értékek fokozatosan (exponenciálisan) csökkenő súllyal szerepelnek az átlagolásban, „*felejtő átlagolás*”

$$\bar{x}_m(k) = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^{k-i} x_i = \sum_{i=1}^k w(k-i) x_i$$

$$\text{ahol } w(i) = \begin{cases} \frac{1}{\tau} \left(\frac{\tau-1}{\tau}\right)^i & \text{ha } 0 \leq i \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

$\tau$  - az átlagolás felejtési időállandója



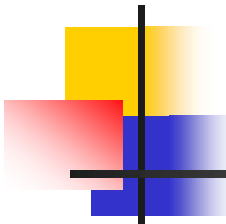
## További számított középértékek

- Harmonikus átlag:

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

$$\bar{x}_{h,súly} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{f_i}{x_i}}$$

- A *harmonikus átlag* az a szám, amelyet az átlagolandó értékek helyébe téve, azok reciprokjainak összege változatlan marad.
- alkalmazhatóság: ha értelmezhető az átlagolandó értékek reciprokjainak összege
- használata: az átlagolandó értékek fordított intenzitási viszonzszámok, súlyozott változat is lehetséges



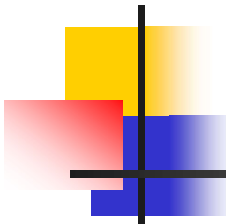
## További számított középértékek

- Mértani/geometriai átlag:

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

$$\bar{x}_g = \sqrt[\sum f_i]{\prod_{i=1}^n x_i^{f_i}}$$

- A *mértani (geometriai) átlag* az a szám, amelyet az átlagolandó számértékek helyébe téve azok szorzata változatlan marad.
- nagyságát a két szélső érték határozza meg
- alkalmazás: ha az átlagolandó értékek között szorzatszerű viszony van
- használata: pl. időszakonkénti változások átlagának kiszámításánál, ha az adatok egyirányú tendenciával rendelkeznek, súlyozott változata is lehetséges



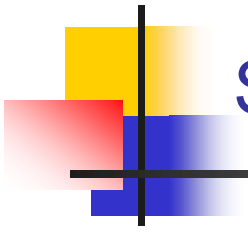
## További számított középértékek

---

- Négyzetes átlag

$$\bar{x}_q = \sqrt{\frac{x_1^2 + \dots + x_n^2}{n}}$$

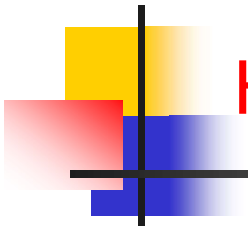
- A ***négyzetes (kvadratikus) átlag*** az a szám, amelyet az átlagolandó számértékek helyébe téve azok négyzetösszege változatlan marad.
- kiugró értékekre érzékeny
- technikai jellegű mérőszám, szórás számolásánál van jelentősége



## Számított középértékek

---

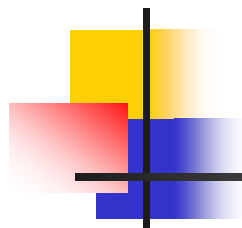
- Számított átlagértékek jellemzői:
  - közepesek
  - nem mindig tipikusak (lehet, hogy az adatok között nem is szerepel olyan értékű)
  - érzékenyek a kiugró értékekre; hibás, illetve kimaradó adatok erősen befolyásolják az értéküket
  - értelmezhetőség – számítás függő
  - meghatározhatóság



# Helyzeti középértékek

---

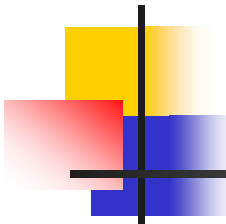
- *Módusz*
  - a legtöbbször előforduló érték
  - elvileg jellemző az adott sokaságra – tipikusság
  - nem egyértelmű
    - nem biztos, hogy létezik
    - lehet, hogy több is van
  - nem érzékeny a ritkán előforduló kiugró értékekre – robusztus
  - nem feltétlenül közepes



# Helyzeti középértékek

---

- *Medián*
  - „középső” adat – sorba rendezés!
    - páratlan elemszámnál  $Me = x_{((n+1)/2)}$
    - páros elemszámnál  $Me = (x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)})/2$
    - értelmezhetőség – közepes érték
    - robusztus
    - tipikusság



## További adatjellemzők

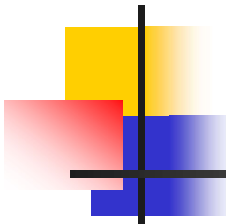
---

- *Kvantilisek*

- osztópontok, amelyek a rangsorba rendezett adatok 2, 3, ...,  $k$ -ad részét jellemzik
- $q_j^{(k)}$  jelenti a  $j$ -dik  $k$ -ad rendű kvantilist ( $j = 1, 2, \dots, k-1$ ), azaz azt a változó értéket, amelynél az összes előforduló érték  $j/k$ -ad része kisebb:

$$x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(i)} \leq q_j^{(k)} \leq x_{(i+1)} \leq \dots \leq x_{(n)}$$
$$i/n = j/k$$

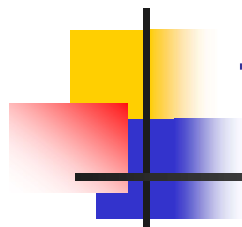
- az osztópontokat a megfelelő érték kiválasztásával vagy két szomszédos érték átlagolásával kapjuk meg



## További adatjellemzők

---

- fontosabb kvantilisok
  - medián – felező  $Me = q_1^{(2)}$
  - tercilis – harmadoló
  - kvartilis – negyedelő  $Q_j = q_j^{(4)}$
  - kvintilis – ötödölő
  - decilis – tizedelő  $D_j = q_j^{(10)}$
  - percentilis – századoló  $P_j = q_j^{(100)}$
- kvantilisok száma mindig eggyel kevesebb, mint ahány részre osztja a sokaságot
- különféle kvantilisok értéke azonos lehet



## További adatjellemzők

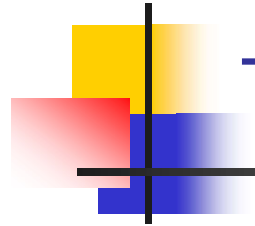
---

- *Momentumok*
  - származtatott mutatószámok meghatározására alkalmasak
  - $r$ -ed rendű momentum:

$$m_r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^r}{n}$$

- $r$ -ed rendű centrális momentum:

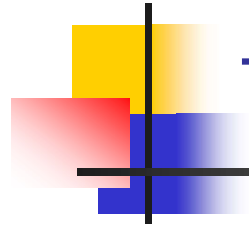
$$m_r^{(c)} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^r}{n}$$



## További adatjellemzők – Szóródás

---

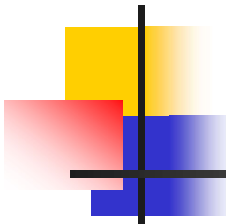
- *Szóródás*
  - a különböző középértékek jellemzik a sokaságot, de nem adnak információt az adatok homogenitásáról
  - szóródás – a sokaság egyedeinek különbözősége, mérési adatok tartománya
  - elemzés: a szóródás okainak és tendenciáinak kimutatása



## További adatjellemzők – Szóródás

---

- szóródás jellemzése történhet különböző mérőszámokkal:
  - szóródás terjedeleme
  - interkvartilis terjedelem
  - átlagos (abszolút) eltérés
  - szórás



## További adatjellemzők – Szóródás

---

- *terjedelem*

- a legnagyobb és a legkisebb adat közti különbség

$$T = x_{max} - x_{min}$$

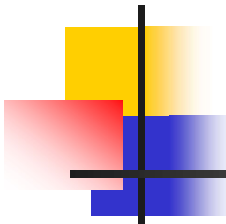
- könnyen számítható
- a kiugró szélsőértékek befolyásolják

- *interkvartilis terjedelem*

- alsó és felső kvartilis különbsége:

$$TQ = Q_3 - Q_1$$

- az értékek középső 50%-ának intervalluma



## További adatjellemzők – Szóródás

- *Átlagos abszolút eltérés*
  - cél a középértéktől való eltérés bemutatása
  - a számtani átlagtól való eltérések algebrai összege nulla
  - az átlagos abszolút eltérés:

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|$$

- belátható, hogy ennek értéke akkor lesz minimális, ha a mediánhoz viszonyítjuk az eltéréseket:

$$\sum_{i=1}^n |x_i - Me| \rightarrow \min$$

- *Elméleti szórás*

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}}$$

ahol

- $x_0$  a keresett paraméter ideális értéke
- $n$  a mérések száma, de  $n \rightarrow \infty$
- azaz az elméleti szórás meghatározásához elvileg ismerni kellene a meghatározandó értéket ( $x_0$ -t) és igen nagy számú ( $n \rightarrow \infty$ ) mérést kellene végeznünk – ez csak speciális esetben lehetséges

- *Variancia – elméleti szórásnégyzet*

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2}{n}$$

- eltérés-négyzetösszeg:  $SS = \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2$

- *Tapasztalati szórás*

$$s^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- *Korrigált tapasztalati szórás*

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

ahol

- $\bar{x}$  a mérések átlaga
- $n$  a mérések száma, de  $n$  véges érték

- a becslés egyszerűsített képlete:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \cdot \bar{x}^2}{n-1}}$$

- gyakorlati/tapasztalati eltérés-négyzetösszeg

$$SS = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2$$

- szórás határai  $0 \leq s^* \leq \bar{x}\sqrt{n-1}$

- lineáris transzformáció hatása az eltérés-négyzetösszegre és a szórásra

$$\tilde{x}_i = a + bx_i$$

$$SS_{\tilde{x}} = \sum_{i=1}^n (a + bx_i - (a + b\bar{x}))^2 = \sum_{i=1}^n b(x_i - \bar{x})^2 = bSS_x$$

$$\sigma_{a+bx} = |b|\sigma_x$$

- ha  $a = -\frac{\bar{x}}{\sigma}$   $b = \frac{1}{\sigma}$

akkor  $\bar{\tilde{x}} = 0$   $\sigma_{\tilde{x}} = 1$  standardizált változó

- relatív szórás (százalékos relatív szórás)

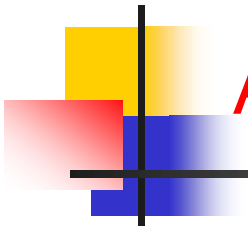
$$s_{rel} = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 \quad \text{ahol } \bar{x} \text{ a középérték}$$

- középérték szórása

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad \text{ahol } n \text{ a mérések száma}$$

- középérték relatív szórása

$$s_{\bar{x}rel} = \frac{s}{\bar{x}\sqrt{n}} \cdot 100$$



# Adatok megjelenítése

---

- Adatok megjelenítése
  - adatbázisok, adattáblák, táblázatok
  - felsorolási szempontok
    - idősoros (sorok sorrendje kötött)
    - keresztmetszeti (sorok sorrendje tetszőleges)
    - kombinációik
  - nagy tömegű adatok rendezése
    - csoportosítás (osztályozás)
    - összehasonlítás

- csoportosítás
  - az adatoknak egy vagy több szempont szerinti osztályozása
  - szempontok: a vizsgálat szempontjából lényeges jellemzők
  - egyértelmű besorolhatóság!
  - több szempont: kombinatív csoportosítás
    - áttekinthetőség

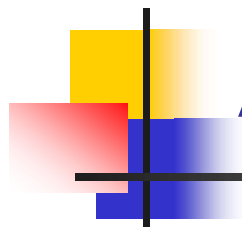
- összehasonlítás
  - adatok egymás mellé rendezése elemzési célból
  - összehasonlítható adatok: csak a vizsgálat szempontjából érdekes jellemzőkben eltérő adatok
  - összehasonlítás történhet
    - időbeli változás alapján
    - keresztmetszeti elhelyezkedés alapján
  - összehasonlítás műveletei
    - hányados-képzés (relatív) - időbeli
    - különbség-képzés (abszolút) - keresztmetszeti

- Viszonyszámok
  - relatív összehasonlítás számszerűsítése
  - két egymással összefüggésben lévő adat hányadosa

$$V = \frac{A}{B}$$

viszonyszám = vizsgált adat / viszonyítási alap

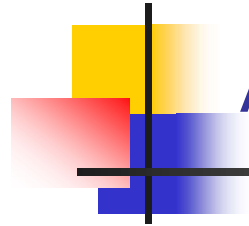
- kifejezési formái
  - együtthatós
  - százalékos, ezrelékes
  - képzett egység



# Adatok megjelenítése

---

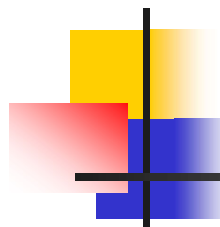
- viszonyszámok legfontosabb fajtái:
  - intenzitási
    - különböző, de egymással kapcsolatban álló adatok
    - képzett mértékegység
  - megoszlási
    - részsokaság viszonya az egészhez, %, ‰
  - koordinációs
    - két részsokaság viszonya, %, ‰
  - dinamikus
    - időbeli változás kifejezése



## Adatok megjelenítése

---

- dinamikus viszonyszám fajtái:
  - bázis viszonyszám: ugyanahhoz az időszakhoz képest más időszakok változásai
  - láncviszonyszám: az előző időszakhoz képest a rákövetkező időszak változása

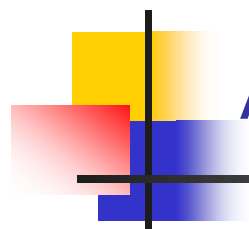


# Adatok megjelenítése

---

- Adatok ábrázolása
  - túl sok adat esetén nehéz az áttekintés
  - azonos értékek összeszámolása: egyszerű gyakorisági sor
    - viszonylag kis számú és/vagy sok egyforma adat esetén jó
  - közel hasonló értékek összevonása egy csoportba, majd a csoportok elemszámainak ábrázolása: osztályközös gyakorisági sor vagy relatív gyakorisági hisztogram

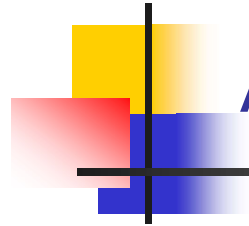
- Relatív gyakorisági hisztogram
  - osztályok számának meghatározása:
    - általában 5 – 20 között, az adatok számának és az adatok „egyformaságának” függvényében
    - $k = 1 + 3,3 \lg n$
    - túl kevés osztály – összemossa a jellegzetességeket
    - túl sok osztály – üres osztály megjelenése, értelmezhetőségi gondok



## Adatok ábrázolása

---

- osztályok szélessége
  - a legnagyobb és a legkisebb adat közti különbség osztva az osztályok tervezett számával, kerekítve
  - egyforma szélesség
  - nyitott osztályok a legalsó és a legfelső osztály esetében
  - érdemes az adatok ismeretében megfontolni, komoly torzítást okozhatnak a rosszul megválasztott beosztás



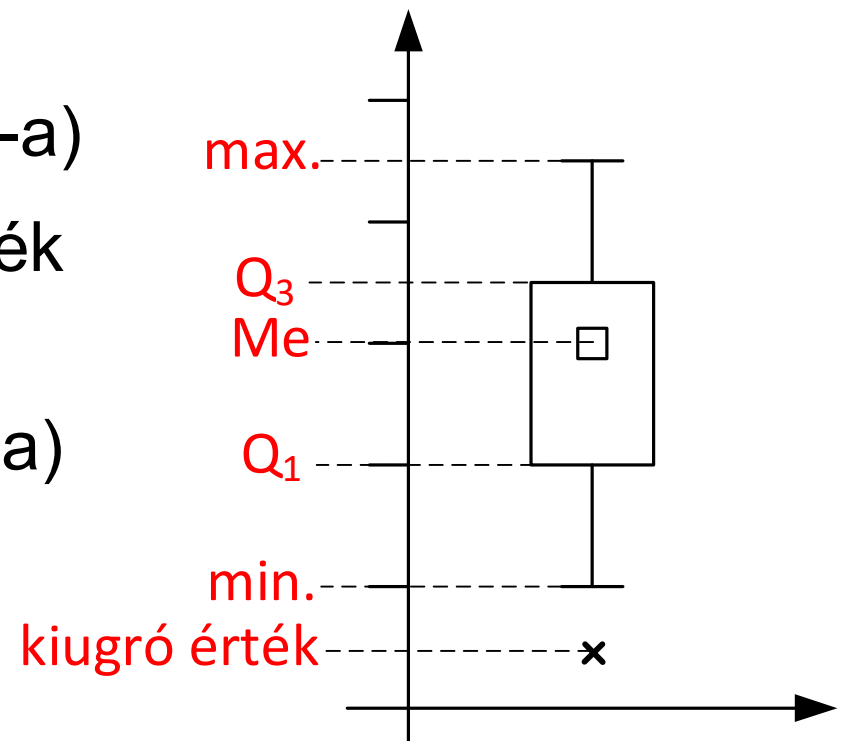
## Adatok ábrázolása

---

- határok rögzítése
  - legkisebb mérési eredmény figyelembe vételével megállapítjuk az alsó határt
  - a többit ebből következően vesszük fel
  - határra ne eshessen adat!

# Adatok ábrázolása

- Adatok ábrázolása box-plot (box and whisker) módszerrel
  - maximális érték
  - felső kvartilis (adatok 25%-a)
  - 50%-os valószínűségű érték (tapasztalati medián)
  - alsó kvartilis (adatok 25%-a)
  - minimális érték
  - kiugró érték



- gyanús, kiugró eredmények kezelése:  $\nu$ -teszt:

$$\nu = \frac{|x_i^* - \bar{x}|}{s}$$

ahol  $x_i^*$  a gyanús eredmény

$\bar{x}$  a többi adatból számolt átlag

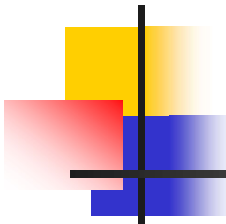
$s$  a többi adatból számolt szórás

- ellenőrzés  
szignifikancia  
táblázattal  
(ahol  $n$  az összes  
mérés száma!):

| $n$ | $sz.h.$ |
|-----|---------|
| 3   | 46,7    |
| 4   | 10,1    |
| 5   | 6,51    |
| 6   | 5,31    |

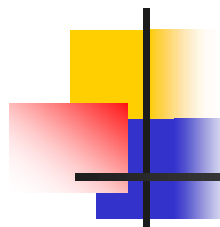
**A számítástechnikai ágazatban működő  
társas vállalkozások száma és teljesítménye**

| Év   | Vállalkozások<br>száma (db) | Nettó árbevétel<br>(mFt) | Alkalmazásban<br>állók (fő) |
|------|-----------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 2000 | 6 307                       | 262 459                  | 20 190                      |
| 2001 | 7 176                       | 364 660                  | 24 055                      |
| 2002 | 8 295                       | 466 627                  | 26 536                      |
| 2003 | 9 462                       | 498 390                  | 28 482                      |
| 2004 | 9 920                       | 527 404                  | 33 911                      |



## Keresztmetszeti tábla

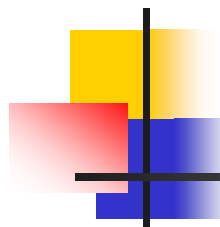
| Megnevezés                                      | Nemszer-<br>ver szgép | Szerver<br>sz.szgép | Kézi<br>szgép | Nemszer-<br>ver ngép | Szerver<br>nagygép | Összesen      |
|-------------------------------------------------|-----------------------|---------------------|---------------|----------------------|--------------------|---------------|
| Hardver-<br>szaktanácsadás                      | 2 447                 | 175                 | 55            | 14                   | 70                 | 2 761         |
| Szoftverkiadás                                  | 5 277                 | 526                 | 124           | 44                   | 196                | 6 167         |
| Egyéb szoftver-<br>szaktanácsadás, -<br>ellátás | 27 933                | 2 512               | 1 213         | 211                  | 770                | 32 639        |
| Adatfeldolgozás                                 | 10 940                | 300                 | 94            | 6                    | 305                | 11 645        |
| Adtabázis-<br>tevékenység, on-<br>line kiadás   | 2 035                 | 202                 | 111           | 5                    | 67                 | 2 420         |
| Irodagép-,<br>számítógép-<br>javítás            | 2 960                 | 233                 | 98            | 35                   | 10                 | 3 336         |
| Egyéb<br>számítástechnika<br>i tevékenység      | 20 475                | 783                 | 285           | 29                   | 327                | 21 899        |
| <b>Összesen</b>                                 | <b>72 067</b>         | <b>4 731</b>        | <b>1 980</b>  | <b>344</b>           | <b>1 745</b>       | <b>80 867</b> |



## Intenzitási viszonyszámok

- adatok db/1000 fő-ben és fő/1000 fő-ben kifejezve

| Ország              | Személyi számítógép | Internet kapcsolattal rendelkező gép | Internet felhasználó |
|---------------------|---------------------|--------------------------------------|----------------------|
| Ausztria            | 374                 | 71                                   | 462                  |
| Csehország          | 177                 | 27                                   | 268                  |
| Lengyelország       | 106                 | 20                                   | 232                  |
| <b>Magyarország</b> | <b>108</b>          | <b>36</b>                            | <b>158</b>           |
| Oroszország         | 89                  | 4                                    | 41                   |
| Románia             | 83                  | 2                                    | 191                  |
| Szlovákia           | 180                 | 21                                   | 256                  |
| Szlovénia           | 301                 | 21                                   | 376                  |
| Ukrajna             | 19                  | 2                                    | 18                   |



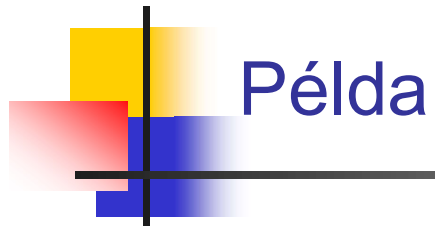
## Intenzitási viszonyszámok

- adatok db/1000 fő-ben és fő/db-ban kifejezve

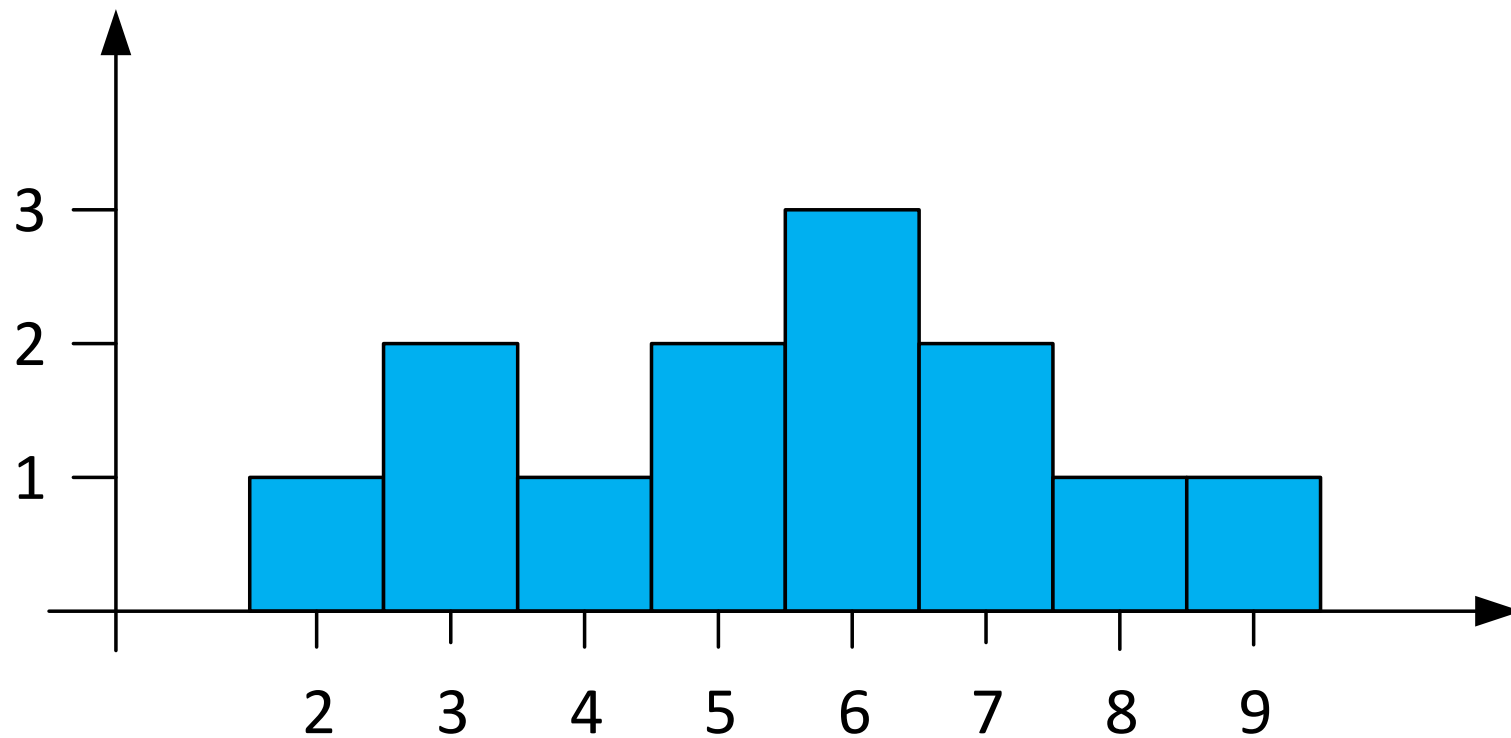
| Ország              | egyenes    | fordított  |
|---------------------|------------|------------|
| Ausztria            | 374        | 2,7        |
| Csehország          | 177        | 5,6        |
| Lengyelország       | 106        | 9,4        |
| <b>Magyarország</b> | <b>108</b> | <b>9,3</b> |
| Oroszország         | 89         | 11,2       |
| Románia             | 83         | 12,0       |
| Szlovákia           | 180        | 5,6        |
| Szlovénia           | 301        | 3,3        |
| Ukrajna             | 19         | 52,6       |

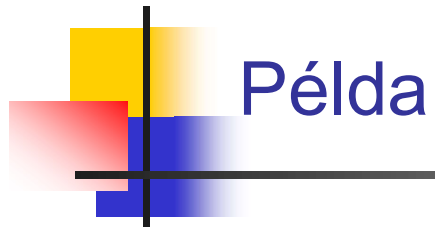
## A számítástechnikai ágazatban működő társas vállalkozások száma és dinamikus viszonyszámai

| Év   | Vállalkozások<br>száma (db) | Bázis<br>viszonyszám<br>(2000 = 100) | Láncviszonyszám<br>(előző év = 100) |
|------|-----------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| 2000 | 6 307                       | 100%                                 | ---                                 |
| 2001 | 7 176                       | 114%                                 | 114%                                |
| 2002 | 8 295                       | 132%                                 | 116%                                |
| 2003 | 9 462                       | 150%                                 | 114%                                |
| 2004 | 9 920                       | 157%                                 | 105%                                |

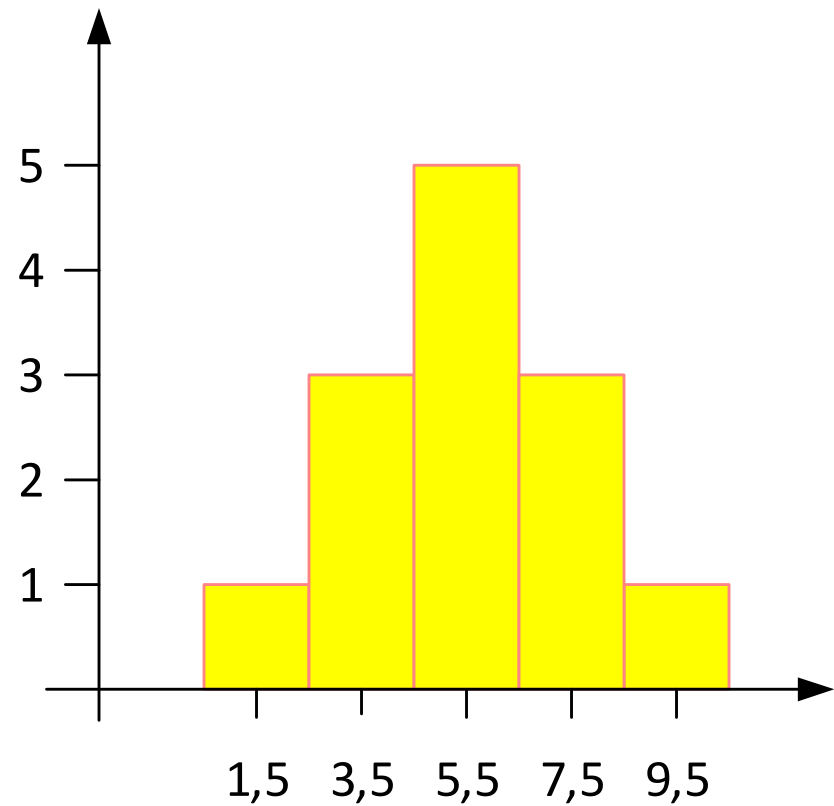
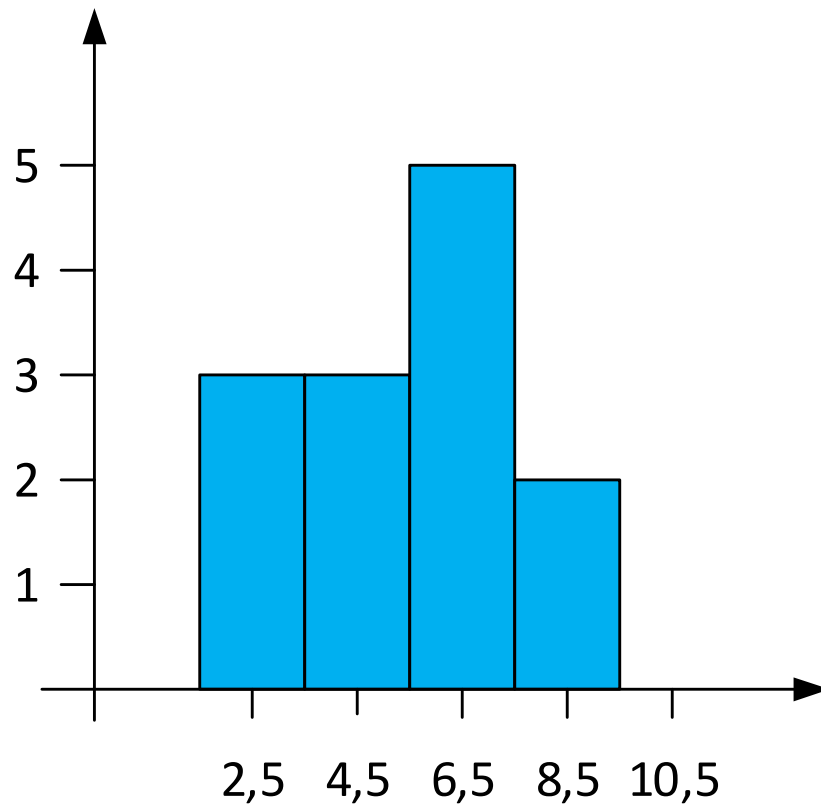


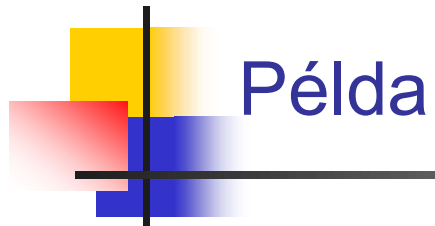
- Példa adatainak egyszerű gyakorisági sora





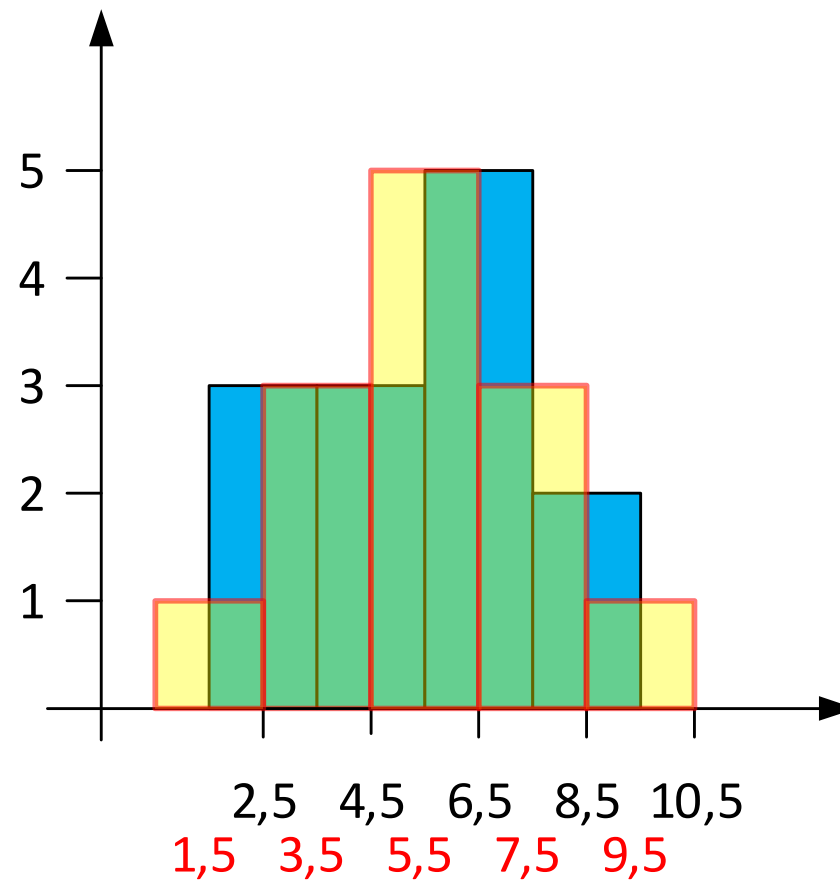
- Példa adatainak osztályközös gyakorisági sora ( $\Delta x=2$ )

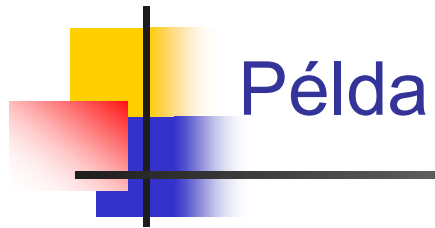




## Példa

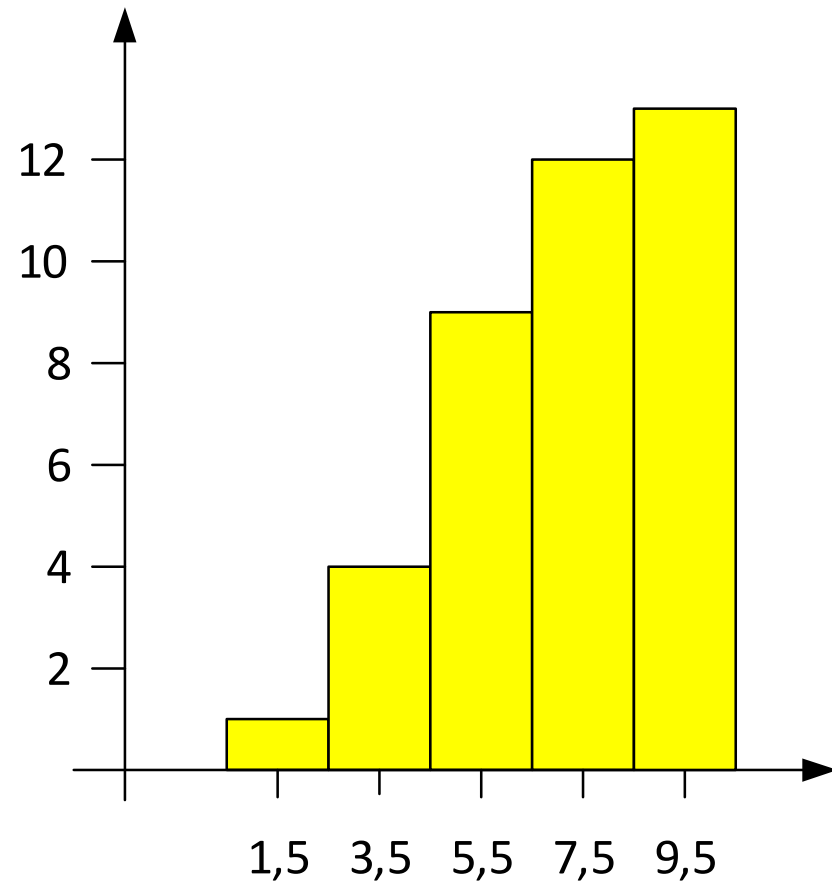
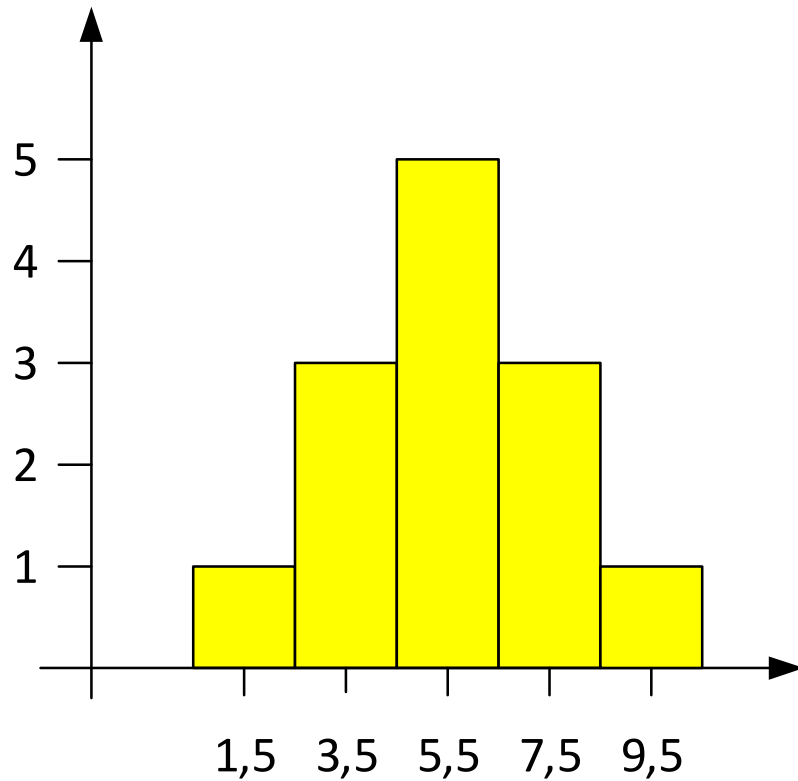
- Relatív gyakorisági hisztogramok összehasonlítása

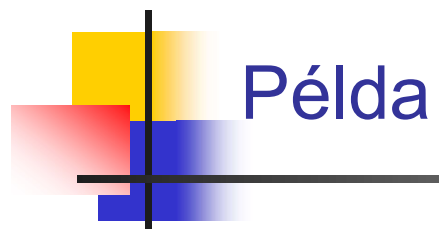




## Példa

- relatív gyakoriság és kumulált relatív gyakoriság





- A példa box-plot ábrája

